MATHEMATIQUES

PREMIERE ET TERMINALE A1

INTRODUCTION

La section A1 propose à des élèves, dont l'orientation fondamentale est littéraire, des études mathématiques relativement approfondies avec un horaire hebdomadaire de cinq heures durant deux ans. L'objectif de l'enseignement mathématique dans cette classe est double :

— développer des connaissances de base, indispensables à la poursuite d'études où les mathématiques apparaissent en tant qu'outil, et permettre en particulier aux élèves d'acquérir une certaine autonomie : les mathématiques dont ils auront éventuellement besoin ne leur seront pas toujours « enseignées » ;

— donner un éclairage culturel aux mathématiques en soulignant en particulier leurs modes d'intervention, les aspects historiques, leurs liens avec d'autres disciplines.

Comme dans les autres sections, des thèmes de travail sont destinés à motiver et à illustrer l'étude d'une question sans l'alourdir inutilement. Le professeur est libre du choix de ces thèmes, mais il tiendra à faire chercher ses élèves à propos de quelques-uns d'entre eux. Ceux qui sont explicités plus loin peuvent être abordés dans un ordre qui n'est aucunement imposé, et plusieurs parmi eux peuvent l'être pour divers titres.

En terminale, le contenu exigible à l'examen ne doit souffrir d'aucune ambiguïté, et n'est donc accompagné d'aucun thème. Cela ne saurait remettre en cause l'utilité de thèmes.

Le programme de première A1 est, en ce qui concerne les contenus mathématiques, le même que celui de première B, mais aux thèmes à composantes économiques on préférera des thèmes plus adaptés à la section A1. En particulier, dès cette classe de première, on ne manquera pas, chaque fois que l'occasion se présentera, de replacer les questions dans leur contexte historique. L'étude de quelques textes mathématiques originaux, en rapport avec les questions étudiées, est vivement conseillée.

La classe de terminale A1 a, elle, un programme spécifique distinct en plusieurs aspects de celui de terminale B. Là encore, plus qu'en première, on insistera sur l'évolution historique des problèmes et sur l'étude de quelques textes originaux.

L'enseignement des mathématiques ne saurait se réduire à un ensemble de résultats, encore moins de recettes. Il faut donc faire raisonner et démontrer, même si le programme ne le précise pas toujours. On évitera toutefois de lasser les élèves par des démonstrations qui paraîtraient trop artificielles ou trop subtiles.

PROGRAMME - PREMIERE A1

I - Organisation de données

Notions succinctes sur :

Parties d'un ensemble ; inclusion, complémentaire, réunion, intersection ;

Produit cartésien ;

Relations binaires (ordre, total ou partiel) ;

Partition et relation d'équivalence ;

Applications d'un ensemble fini vers un ensemble fini ; bijection : composition des applications.

Thèmes

• Utilisation d'arbres, de représentations d'une relation binaire.

• Interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population. Lien avec la notion d'application.

• Mise en place d'algorithmes de classement sur des exemples (bibliothèques).

• Exemples de codages (archéologie, géographie, œuvres littéraires).

II - Statistiques

Séries statistiques à une variable.

Variables qualitatives et variables quantitatives.

Eléments caractéristiques d'une série statistique :

— caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne ;

— caractéristiques de dispersion : étendue, écart moyen, écart-type.

Thèmes

• Manipulation de documents statistiques qu'on prendra dans les disciplines les plus diverses.

• Etude des effets d'un regroupement en classes.

• Observation de phénomènes aléatoires.

• Evolution historique des statistiques.

III - Suites - Fonctions

1 - Suites

Définition de suites de réels par des procédés divers (formules explicites, programmes de calcul, évolution de systèmes économiques, formules de récurrence).

Comportement global d'une suite. Suites monotones, suites périodiques, suites bornées.

Suites arithmétiques et suites géométriques. Somme des n premiers termes (utilisation du symbole Σ).

La notion de limite sera dégagée à partir d'exemples.

2 - Fonctions

a) Remise en place rapide des premiers éléments de l'étude d'une fonction, vus en seconde (définitions diverses, sens de variation, parité, périodicité, représentation graphique).

Utilisation de ces éléments pour l'étude de fonctions simples (celles qui ont été vues en seconde, ou qui s'y ramènent par des transformations).

b) Description et exploration numérique des fonctions : « partie entière », polynomiales et rationnelles, trigonométriques, exponentielles et logarithmes. Exemples de construction de fonctions par addition et multiplication, de fonctions réciproques (graphiques).

Comparaison de deux fonctions (ordre partiel).

c) Comportement local des fonctions.

Recherche, sur des exemples, d'inégalités de type :

$|f(a+h) - f(a)| \leqslant M\,|h|$, $|f(a+h) - f(a) - c\,h| \leqslant M\,h^2$.

Notion de limite en un point, de limite à droite et à gauche.

Etude de quelques formes indéterminées simples.

Exemples de détermination d'asymptotes parallèles aux axes de coordonnées (en liaison avec l'extension de la notion de limite).

A partir, par exemple, de l'étude menée sur les inégalités de type ci-dessus, mise en place de la dérivée en un point ; tangente à la courbe représentative.

d) Comportement global d'une fonction.

Fonction dérivée, calcul de dérivées, linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit, d'un quotient.

Dérivées de $x \mapsto f(x+a)$, de $x \mapsto f(ax)$.

Dérivées des fonctions polynomiales et rationnelles, des fonctions $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \sin x$ (celle-ci sera admise).

Sens de variation des fonctions dérivables. On admettra que, si f' est positive, f est croissante. Interprétation géométrique et cinématique. Caractérisation des fonctions constantes.

Recherche de maxima et de minima.

Recherche d'inégalités à partir de fonctions dont la dérivée est bornée : si $|f'(x)| \leqslant M$ alors $|f(a+h) - f(a)| \leqslant M|h|$.

Thèmes

• La tarification S.N.C.F., le barème des impôts peuvent fournir des exemples de fonctions simples et suggérer des suites.

• Intérêts simples et composés.

• Développements décimaux périodiques.

• Suites dont les premiers termes masquent le comportement pour $n > n_0$, montrant donc la nécessité d'une étude précise $\left(\frac{10^n}{n!}, \frac{(1{,}01)^n}{n^2}\right)$.

• Résolution numérique d'équations, séparation des racines, approximations (lien avec les suites). Calcul de π. Aspect historique de ces questions.

• Problèmes de datations.

• Interpolation linéaire.

IV - Algèbre

Interprétation et résolution graphiques de systèmes d'équations ou d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

Sur des exemples, équations du premier degré à 3, 4 inconnues.

Equations et inéquations du second degré à une inconnue.

Polynômes : égalité, factorisation lorsqu'on connaît un zéro.

Thèmes

• Etude d'algorithmes de résolution numérique de systèmes linéaires, en évoquant l'aspect historique.

PROGRAMME - TERMINALE A1

I - Nombres

Rappel des propriétés de $\mathbb{N}$: addition, multiplication, ordre.

Principe de la démonstration par récurrence.

Ensembles $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$.

Corps $\mathbb{R}$: on se bornera à signaler que :

$\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ ont même structure algébrique (corps commutatif totalement ordonné).

$\mathbb{R}$ a des propriétés que ne possède pas $\mathbb{Q}$ (exemples de nombres irrationnels, abscisses des points d'un axe...).

Approximations rationnelles (ou décimales) de nombres irrationnels.

Corps C des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée pour cette introduction).

Bijection $(a,b) \mapsto a+bi$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$.

Représentation géométrique d'un nombre complexe ; affixe d'un point, d'un vecteur.

Nombres complexes conjugués.

Module ; inégalité triangulaire ; module d'un produit.

Racines carrées d'un nombre complexe (méthode algébrique).

Résolution des équations du premier et du second degré à coefficients et inconnue complexes.

II - Dénombrements

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments.

Formule du binôme.

Calcul de probabilités simples issues de dénombrements (par exemples : lancers de deux ou trois dés, jeux de cartes...).

III - Analyse

Composition des fonctions. Dérivée de la composée.

Fonction réciproque : on admettra qu'une fonction f dérivable sur un intervalle $[a,b]$ et dont la dérivée est strictement positive, détermine une bijection croissante de $[a,b]$ sur $[f(a), f(b)]$. Dérivée de la fonction réciproque.

Notion de primitive comme résultat de l'opération inverse de l'opération de dérivation. Liste des primitives élémentaires en liaison avec celle des dérivées.

Primitive d'une combinaison linéaire de fonctions dont on connaît une primitive. Définition de $\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f admet une primitive : c'est la valeur $F(b) - F(a)$, où F est une primitive quelconque de f sur $[a,b]$. Interprétation par la notion d'aire (qu'on admettra). Relation de Chasles.

Inégalités concernant $\int_a^b f(t)\,dt$.

Application des primitives au calcul des aires.

Intégration par parties.

On admettra l'existence et l'unicité d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$, qui vérifie $f(xy) = f(x) + f(y)$, avec $f'(1) = K$ donné dans $\mathbb{R}^*$. On montrera alors que $f'(x) = \dfrac{K}{x}$.

Pour $x > o$, on définira la fonction logarithme népérien par $ln\, x = \int_1^x \dfrac{dt}{t}$. Etude de cette fonction. Le nombre e est défini par $ln\, e = 1$.

Fonction exponentielle définie comme réciproque de $x \mapsto \ln x$. On la notera $x \mapsto \exp x$ et on montrera qu'elle vérifie $\exp(x+y) = (\exp x).(\exp y)$.

Fonctions $x \mapsto \log_a x$, $x \mapsto a^x$, $x \mapsto x^b$, $(a \in \mathbb{R}_+^*, b \in \mathbb{R})$.

Compléments sur les suites : comparaison de (a^n) et (n^b), $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Exemples de fonctions de deux variables réelles. Fonctions d'une variable associées.

Exemples de fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^2$.

***

PREMIERES ET TERMINALES A2-A3

Introduction

Issus de la classe de seconde commune, les élèves des sections A2 et A3, sans faire d'études mathématiques approfondies, doivent avoir néanmoins une activité mathématique véritable.

Les objectifs d'une telle activité sont :

— une formation à la réflexion et à une démarche scientifique qui sera à la fois un complément à une formation littéraire approfondie et un terrain d'investissement d'une culture philosophique. C'est dans cet esprit d'une formation culturelle globale qu'une perspective historique sur quelques questions mathématiques pourra être introduite ;

— une vision aussi large et aussi ouverte que possible de moyens d'intervention des mathématiques dans d'autres disciplines. Pour cela, en particulier, on fera ressortir des formes de mathématisation ou de raisonnement de plus en plus fréquentes : dénombrements, arbres, organigrammes, gestion de fichiers, tris, classements, etc.

Plus encore qu'en d'autres sections, on ne confondra pas des ambitions théoriques modestes avec une activité mathématique pauvre, génératrice d'ennui et de réactions de rejet. On se gardera donc de deux excès :

— séparer le discours théorique des exemples ou applications. On fera plutôt surgir les concepts du sein même de problèmes que les élèves peuvent rencontrer ; c'est là aussi qu'on tentera de les approfondir ;

— réduire l'enseignement mathématique à un bricolage désordonné. Des synthèses et mises au point théoriques claires restent nécessaires.

De nombreux élèves de ces sections risquent de se trouver en situation de blocage vis-à-vis des mathématiques, et certains de ces blocages peuvent avoir pris au fil des ans une ampleur démesurée. Une de leurs causes se situe souvent dans de simples difficultés de calcul élémentaire, de compréhension d'une écriture symbolique. Sans se livrer à des révisions systématiques et, par là, ennuyeuses, on ne négligera pas de faire intervenir le plus souvent possible ces éléments les plus simples de l'activité mathématique.

On attachera aussi de l'importance aux méthodes de travail : utilisation de documents, activités interdisciplinaires. Le professeur suggérera ou organisera tel travail en équipes, telles recherches individuelles, qu'il contrôlera. Il évitera tout ce qui pourrait bloquer un élève en difficulté momentanée ; en particulier, surtout en première, une organisation trop linéaire de l'enseignement pourrait s'avérer maladroite.

I - Organisation de données

On partira de quelques situations tirées de domaines très divers pour faire étudier :

— l'utilisation de relations binaires pour organiser des données ;

— quelques exemples de dénombrements sans utilisation systématique de formules ;

— l'apport de certaines représentations graphiques pour l'organisation et le dénombrement (arbres, organigrammes...) ;

— l'interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population ;

— le tableau d'effectifs (ou de contingence) issu du croisement de deux partitions d'une même population.

II - Analyse

1. - On s'assurera que les outils de la classe de seconde sont convenablement maniés par les élèves, en ce qui concerne la définition et l'exploration des fonctions, leurs variations sur un intervalle borné.

On insistera sur les divers aspects d'une fonction (graphique, numérique, formel) et le passage de l'un à l'autre.

Fonctions monotones par intervalles, taux de variation, extrema. Fonctions périodiques.

2. - Etude de suites se ramenant par exemple à une formule du type $u_n = f(n)$ ou à une formule de récurrence ou à un programme de calcul. Comparaison de deux termes consécutifs. Suites croissantes à partir d'un certain rang.

Exemples : $n \mapsto an+b$; $n \mapsto n^2$; $n \mapsto \frac{1}{n}$; $n \mapsto \frac{1}{10^n}$; $n \mapsto a^n$.

Intérêt d'inégalités du type $u_n \geqslant v_n$ à partir d'un certain rang.

Exemples de comparaison d'une suite à l'une de celles qui précèdent.

A partir d'exemples, on montrera l'intérêt d'inégalités de la forme :

p étant fixé dans $\mathbb{N}$, pour tout n supérieur à n_o, $|u_n - l| < \frac{1}{10^p}$. On se servira de ce type d'inégalités, en particulier, pour aboutir à la notion de convergence.

3. - Sur des exemples, étude du comportement local d'une fonction définie sur des intervalles bornés (les notions de limite et de continuité ne seront présentées que sur des exemples simples, et on s'aidera de représentations graphiques pour les faire comprendre).

4. - Taux de variation entre deux valeurs « proches » de l'intervalle de définition (qu'on pourra rattacher à une vitesse moyenne, ou à une interprétation graphique). Notion de dérivée en un point (vitesse instantanée, tangente).

On admettra qu'à certaines fonctions on peut associer une fonction dérivée, dont les valeurs résultent de l'approche qui précède.

On pourra admettre les formules usuelles de dérivation (u et v étant deux « bonnes » fonctions, on dérivera :

$$u + v, \lambda u, u v, \frac{u}{v}, u^n, \sqrt{u}).$$

5. - Admettant le théorème fondanemtal : si $f' \geqslant o$ sur un intervalle, alors f est croissante sur cet intervalle, on montrera sur de nombreux exemples l'apport de la dérivée à l'étude d'une fonction. On examinera plus précisément les fonctions polynômes (en particulier du second degré), les fonctions $x \mapsto \frac{k}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$.

Thèmes (à titre indicatif)

- La tarification S.N.C.F., le barème des impôts, fournissent des exemples de suites et de fonctions (en escalier, affines par morceaux).
- Intérêts simples et composés.
- Mesures en sciences expérimentales.
- Interpolation linéaire.

Programme - Terminales A2 et A3

I - Statistiques

Séries statistiques à une variable.

Eléments caractéristiques d'une série statistique :

— caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne,

— caractéristiques de dispersion : étendue, écart moyen, écart-type.

Variables qualitatives et variables quantitatives : cas de deux variables. Initiation à l'ajustement linéaire.

II - Analyse

Au moyen d'exercices divers, rappel des résultats obtenus en première quant au calcul des dérivées usuelles.

Compléments sur les fonctions : composition, dérivée d'une fonction composée (on admettra le résultat).

Mise en place d'asymptotes sur les représentations graphiques : asymptotes parallèles aux axes de coordonnées, d'abord, puis étude de fonctions de la forme $x \mapsto ax + b + \varphi(x)$ où $\varphi(x)$ a pour limite zéro quand x tend vers l'infini.

Etude de fonctions rationnelles ou irrationnelles simples.

Etude de $x \mapsto a^x$ $(a > o)$ par prolongement (de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$) de la définition de $n \rightarrow a^n$.

Comparaison de (a^n) à (n^p) (pour p fixé dans $\mathbb{R}$).

Echelles logarithmiques.

III - Options

Dans le but d'aider les élèves à suivre avec plus d'intérêt un enseignement qui se veut ici plus culturel que technique, il a été décidé de leur proposer, pour compléter les statistiques et l'analyse, le programme de *l'une* des cinq options indiquées.

Cette option sera choisie par le professeur en accord avec sa classe ; son contenu figurera dans le dossier du candidat à l'examen.

Les commentaires du programme précisent comment concevoir ces options.

A - Arithmétique

L'ensemble $\mathbb{N}$ étant supposé connu, on rappellera ses propriétés.

Utilité d'autres nombres que les naturels pour résoudre des équations : $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$.

Bases de numération (se limiter à 2 et 10).

Divisibilité, diviseurs, p.g.c.d.

Nombres premiers, exercices de factorisation.

B - Activités algorithmiques

1) Classements

Algorithmes de rangement de nombres par ordre croissant, de mots dans l'ordre lexicographique.

2) Tris

Ranger des objets par sous-ensembles selon certaines caractéristiques.

Par exemple : ranger des entiers selon le nombre de leurs diviseurs, crible d'Eratosthène pour les nombres premiers.

3) Accès à un fichier.

Recherche d'un nombre, d'un mot dans une liste.

4) Algorithmes arithmétiques

Division euclidienne ; algorithme d'Euclide.

Bases de numération et problème des opérations sur les « grands nombres » au moyen d'une calculatrice.

5) Convergence et approximations.

Résolution numérique d'équations par différentes méthodes. Nombres calculés comme limites de suites.

Test d'arrêt. Vitesse de convergence.

C - Géométrie

Construction de courbes remarquables par points et tangentes : coniques, exemples de courbes cycloïdales.

Polygones réguliers, leurs symétries. Le nombre π (valeurs approchées).

Polyèdres réguliers (cube et tétraèdre). Sphère.

D - Probabilités

Matériel des jeux de hasard (pièces, cartes, dés, loto, roulettes...).

Calcul de probabilités simples d'événements liés à une expérience aléatoire ; espérance du gain d'un joueur.

Répétitions des expériences : lancer plusieurs dés, tirages successifs avec ou sans remise dans une urne.

Etude de quelques problèmes classiques (chevalier de Méré, règle des partis).

E - Astronomie

Les horloges et la notion astronomique de temps :

Temps solaire vrai et cadran solaire. Temps solaire moyen et temps universel ; fuseaux horaires.

Les calendriers.

Problème du repérage des jours. Calendrier julien. Calendrier grégorien.

La genèse des lois de Kepler.

Problème des mouvements apparents du soleil et des planètes. Solution de Ptolémée, celle de Copernic. Le mystère cosmographique de Kepler. La rencontre avec Tycho Brahé. Les deux premières lois. Les découvertes de Galilée et de Neper. La troisième loi.

Satellites naturels et artificiels.

La gravitation universelle.

Genèse des principes de la mécanique. La loi d'inertie chez Descartes et Galilée. Recherches de Newton et mesure du rayon de la Terre.

La vitesse de la lumière.

Les idées sur la nature de la lumière au XVII^e siècle.

Etude des phénomènes des satellites de Jupiter.

La première mesure de c par Roemer. Les mesures modernes.

⁂

PREMIERE ET TERMINALE B

INTRODUCTION

La section B est destinée à préparer les élèves de l'enseignement secondaire aux études en sciences économiques et sociales. La mise au point des programmes a donc tenu compte de plusieurs objectifs :

— munir les élèves d'un bagage mathématique correspondant aux besoins de nombreux utilisateurs :

importance des statistiques, chaque jour plus grande ;

importance des représentations graphiques de fonctions de types très divers ;

importance de tout ce qui peut préparer à la programmation linéaire.

Il va de soi, toutefois, que les élèves ne sauraient maîtriser un trop grand volume de connaissances ; il a donc fallu se limiter.

— comme en toute section, n'introduire toute notion nouvelle qu'après l'avoir fait manipuler et avoir fait comprendre son utilité ;

— appuyer cette notion par des activités complémentaires. C'est ainsi que des thèmes de travail sont proposés pour la classe de première, mais le choix de tels thèmes reste libre ; le professeur entraînera ses élèves à la recherche, à l'occasion de quelques-uns d'entre eux. Les thèmes qui sont explicités peuvent être abordés dans un ordre qui n'est aucunement imposé, et plusieurs parmi eux peuvent l'être pour divers titres.

En terminale, le contenu exigible à l'examen ne doit souffrir d'aucune ambiguïté et n'est donc accompagné d'aucun thème. Cela ne saurait remettre en cause l'utilité de ces thèmes.

Les professeurs organiseront leur enseignement comme ils l'entendront. Leur attention est attirée sur trois points :

• l'organisation des données, les statistiques, supposent que l'on dispose de documents variés. Les établissements scolaires en trouveront près des C.R.D.P.

• il n'est pas toujours précisé, dans les programmes, ce qu'on démontrera et ce qu'on admettra. L'enseignement des mathématiques ne saurait se réduire à un ensemble de résultats, et encore moins de recettes. Il faut donc faire raisonner et démontrer ; on évitera toutefois de lasser les élèves par des démonstrations qui paraîtraient trop artificielles ou trop subtiles.

• Chaque titre du programme est éclairé par le commentaire associé.

I - Ensembles finis, organisation de données

Parties d'un ensemble ; inclusion, complémentaire, réunion, intersection.

Produit cartésien.

Relations binaires (exemples de pré-ordre, ordre, total ou partiel).

Partition et relation d'équivalence.

Applications d'un ensemble fini vers un ensemble fini. Surjection, injection, bijection ; composition des applications.

Thèmes

- Utilisation d'arbres, de représentations d'une relation binaire.
- Interprétation d'une variable qualitative comme définissant une partition d'une population. Lien avec les applications.
- Croisement de deux partitions. Tableau d'effectifs (ou de contingence) ; produit de deux ordres.
- Exemples de codages - Leur utilisation pré-informatique.
- Mise en place, sur des exemples, d'algorithmes de classement.

II - Statistiques

Séries statistiques à une variable.

Variables qualitatives et variables quantitatives.

Eléments caractéristiques d'une série statistique :

— caractéristiques de position : mode, médiane, moyenne ;

— caractéristiques de dispersion : étendue, écart moyen, écart-type.

Thèmes

- Manipulation de documents statistiques variés.
- Etude des effets d'un regroupement en classes.
- Elaboration et comparaison de graphiques à échelles arithmétiques, logarithmiques, semi-logarithmiques.
- Utilisation de graphiques polaires, triangulaires.
- Observation de phénomènes aléatoires.

III - Suites - Fonctions

1. — Suites.

Définition de suites de réels par des procédés divers (formules explicites, programmes de calcul, évolution de systèmes économiques, formules de récurrence).

Comportement global d'une suite. Suites monotones, suites périodiques, suites bornées.

Suites arithmétiques et suites géométriques. Somme des n premiers termes. Utilisation du symbole Σ.

La notion de limite sera dégagée à partir d'exemples.

2. — Fonctions.

a) Les définitions diverses d'une fonction, le sens de variation, la parité, la périodicité, la représentation graphique, ont déjà été vus en seconde.

On s'assurera que ces éléments sont bien en possession des élèves et on s'en servira à la fois pour les fonctions vues en seconde, pour celles qui s'y ramènent par transformations.

b) Description et exploration numérique des fonctions : « partie entière », polynomiales et rationnelles, trigonométriques, exponentielles et logarithmes. Exemples de construction de fonctions par addition et multiplication, de fonctions réciproques (graphique). Comparaison de deux fonctions.

c) Comportement local des fonctions.

Recherche, sur des exemples, d'inégalités de type $|f(a+h) - f(a)| \leqslant M\,|h|$, $|f(a+h) - f(a) - ch| \leqslant M.\,h^2$

Notion de limite en un point, de limite à droite et à gauche.

Etude de quelques formes indéterminées simples.

Exemples de détermination d'asymptotes parallèles aux axes de coordonnées (en liaison avec l'extension de la notion de limite).

A partir, par exemple, de l'étude menée sur les inégalités ci-dessus, mise en place de la dérivée en un point ; tangente à la courbe représentative.

d) Comportement global d'une fonction.

Fonction dérivée, calcul de dérivées, linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit, d'un quotient.

Dérivées de $x \mapsto f(x+a)$, de $x \mapsto f(ax)$.

Dérivées des fonctions polynomiales et rationnelles, des fonctions $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \sin x$ (celle-ci sera admise).

Sens de variation des fonctions dérivables : on admettra que si f' est positive, f est croissante. Interprétation géométrique et cinématique. Caractérisation des fonctions constantes.

Recherche de maxima et de minima.

Recherche d'inégalités à partir de fonctions dont la dérivée est bornée : si $|f'(x)| \leqslant M$, alors $|f(a+h) - f(a)| \leqslant M\,|h|$.

Thèmes

- La tarification SNCF, le barème des impôts, fournissent des exemples de suites et de fonctions (en escalier, affines par morceaux).
- Exemples, illustrant la nécessité d'une étude approfondie, de suites dont les premiers termes masquent le comportement pour $n > n_0$ $\left(\dfrac{10^n}{n!}, \dfrac{(1{,}01)^n}{n^2}\right)$
- Intérêts simples et composés. Plans d'épargne et de financement.
- Performances comparées de deux algorithmes [à propos de suites convergentes, de calcul de valeurs d'une fonction].
- Approximation d'une fonction par une fonction plus simple sur un intervalle.
  Interpolation et extrapolation linéaires.
- Résolution numérique d'équations, séparation et approximation des racines (en liaison avec les suites et les fonctions).
- Interprétation graphique et exploitation d'inégalités portant sur une fonction ou sur son taux de variation.
- Problèmes simples d'optimisation.

IV - Algèbre

Interprétation et résolution graphiques des systèmes d'équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues.

Sur des exemples, équations du premier degré à 3, 4 inconnues.

Equations et inéquations du second degré.

Polynômes : égalité, factorisation lorsqu'une racine est donnée.

Thèmes

- Problèmes du premier et du second degré d'origine économique.
- Formulation en termes de programmation linéaire.
- Mise en place de la résolution numérique d'un système linéaire.

PROGRAMME - TERMINALE B

I - Dénombrements

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Nombre de suites à p éléments distincts d'un ensemble à n éléments.

Calcul de probabilités simples issues de dénombrements.

Formule du binôme.

Schéma de Bernoulli. Distribution binômiale.

II - Statistiques

Etude simultanée de deux variables qualitatives.

Tableaux d'effectifs (ou de contingence). Fréquences marginales et conditionnelles.

Etude simultanée de deux variables quantitatives.

Ensemble de régression d'une variable par rapport à l'autre.

Ajustement affine par moindres carrés. Droites de régression.

Coefficient de corrélation linéaire.

III - Algèbre linéaire

Ensemble $\mathbb{R}^n$. Addition. Multiplication par un réel.

Vecteur ; notation $\vec{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Combinaisons linéaires. Sous-ensembles stables par combinaison linéaire.

Familles génératrices. Familles libres. Bases.

Retour sur les systèmes d'équations du premier degré. Interprétation et représentation graphique dans $\mathbb{R}^2$.

IV - Analyse

Composition des fonctions. Dérivée d'une fonction composée.

Fonction réciproque : on admettra qu'une fonction dérivable f sur un intervalle $[a, b]$ et dont la dérivée est strictement positive détermine une bijection croissante de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$. Dérivée de la fonction réciproque.

Notion de primitive comme résultat de l'opération inverse de l'opération de dérivation. Liste des primitives élémentaires en liaison avec celle des dérivées.

Primitive d'une combinaison linéaire de fonctions dont on connaît une primitive.

Définition de $\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f admet une primitive : c'est la valeur $F(b) - F(a)$, où F est une primitive quelconque de f sur $[a, b]$.

Interprétation par la notion d'aire (qu'on admettra).

Relation de Chasles.

Inégalités concernant $\int_a^b f(t)\,dt$.

Application des primitives au calcul des aires.

Intégration par parties.

On admettra l'existence et l'unicité d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$, qui vérifie : $f(xy) = f(x) + f(y)$, avec $f'(1) = K$, donné dans $\mathbb{R}^*$. On montrera alors que $f'(x) = \frac{K}{x}$.

Pour $x > 0$, on définira la fonction logarithme népérien par $\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t}$. Etude de cette fonction. Le nombre e est défini par $\ln e = 1$.

Fonction exponentielle définie comme réciproque de $x \mapsto \ln x$. On la notera $x \to \exp x$ et on montrera qu'elle vérifie :

$\exp(x + y) = (\exp x).(\exp y)$.

Fonctions $x \mapsto \log_a x$, $x \to a^x$, $x \to x^b$, ($a \in \mathbb{R}_+^*$, $b \in \mathbb{R}$).

Compléments sur les suites : comparaison de (a^n) et (n^b), ($n \in \mathbb{N}^*$).

Exemples de fonctions de deux variables réelles. Fonctions d'une variable associées.

Exemples de fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^2$.

⁂

PREMIERE SCIENTIFIQUE ET PREMIERE E

PROGRAMME

• L'horaire hebdomadaire de la classe est de 6 heures.

• Des questions qui figurent dans diverses rubriques du programme étant destinées à s'interpénétrer, le professeur adoptera la répartition qui lui convient des différentes parties, en les scindant ou les menant de front. Il lui est demandé de ne sacrifier aucune rubrique, et il est précisé que l'équilibre du programme a été conçu sur la base de la moitié de l'horaire consacrée à l'analyse, d'une dizaine d'heures réservées aux statistiques, le reste allant à la géométrie.

• Comme en seconde, les calculatrices seront largement utilisées.

Le choix des thèmes et des activités permettra de tenir compte des centres d'intérêt et des possibilités des élèves. Les listes proposées pour les thèmes ne sont ni impératives, ni exhaustives ; il n'est pas question de les traiter tous.

• Dans tout le programme, la mention « on admettra » ou « énoncé admis » se rapporte à une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci ne sera pas exigible au baccalauréat, mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée et ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

• La mention « exemples de » signifie qu'il n'y a lieu ni d'effectuer un exposé synthétique général, ni de mettre en place un vocabulaire théorique. Bien entendu, il est essentiel que l'étude d'un exemple soit menée de façon solide et précise, et permette de dégager des idées et des méthodes.

I - Suites numériques

a) Exemples de suites définies par des procédés divers : valeurs d'une fonction, méthodes itératives faisant intervenir la différence ou le rapport de deux termes consécutifs.

Suites monotones. Suites périodiques.

Exemples de suites tendant vers l'infini ; cas de la suite $(n\,a)$, $a \in \mathbb{R}_+^*$ donné. On admet que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $p \in \mathbb{Z}$ tel que $p\,a \leqslant x < (p+1)\,a$.

b) Suites arithmétiques. Suites géométriques.

Sur les exemples types $n \mapsto n$, $n \mapsto a^n$, on calculera les sommes de rang n, en vue d'applications numériques.

c) Convergence d'une suite vers 0 : définition ; les suites qui convergent vers 0 sont bornées ; stabilité de la convergence vers 0 pour l'addition et pour la multiplication par une suite bornée (énoncés admis).

Convergence d'une suite : on dira que l est limite de la suite (u_n) si $\lim\,(u_n - l) = 0$. La limite d'une suite convergente de réels positifs est positive.

Justification d'une convergence vers 0 à l'aide d'une majoration ; des exemples simples, tels que $|u_n| \leqslant \dfrac{k}{n}$, $|u_n| \leqslant \dfrac{k}{10^n}$, permettront d'apprécier la rapidité de diverses convergences.

Thèmes (à titre indicatif) :

— Exemples d'encadrements d'un nombre réel exprimant une mesure (aire, volume...).

— Exemples d'approximation (notamment par des suites adjacentes), d'un nombre réel solution d'une équation.

— Développements décimaux ; un développement décimal périodique caractérise un rationnel.

II - Fonctions numériques

• *Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (majorations, minorations, monotonie, sens de variation) ont été mis en place en seconde ; on fera ressortir toute l'importance de l'étude numérique et de la représentation graphique.*

• *On illustrera l'étude des propriétés qui vont suivre au moyen des fonctions déjà étudiées en seconde, et d'exemples numériques de fonctions affines par morceaux, de fonctions polynômes, ou encore de fonctions telles que* $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$ *et* $x \mapsto \sqrt{ax+b}$.

a) Applications définies sur un intervalle ; opérations sur ces applications.

Notations $f \geqslant 0$, $f \geqslant g$; applications bornées.

Notion d'application bijective (liée à la discussion d'une équation $f(x) = y$, où x est l'inconnue).

b) Exemples d'étude conjointe de deux fonctions : l'une d'elles étant f, l'autre est par exemple : $|f|$, λf, $x \mapsto f(x-\lambda)$, $x \mapsto f\left(\dfrac{x}{\lambda}\right)$.

Fonctions composées.

c) Limite d'une fonction en un point : on commencera par le cas de la limite 0 au point 0 ;
on définira $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ par $\lim\limits_{h \to 0} f(a+h) = 0$; on dira que l est limite de la fonction f au point a si $\lim\limits_{x \to a} (f(x) - l) = 0$;
on admettra des énoncés analogues à ceux qui ont été cités en Ic.

Continuité en un point (développement limité d'ordre zéro) ; continuité sur un intervalle. Toute étude systématique de la continuité est hors du programme.

d) Développement limité d'ordre un ; nombre dérivé, interprétations cinématique (vitesse) et géométrique (tangente) ; fonction dérivable sur un intervalle.

Règles de dérivation de la somme, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction (cette dernière règle pourra être admise).

Dérivée de $x \mapsto f(ax+b)$.

e) Aplications des dérivées à l'étude du sens de variation d'une fonction, à la recherche d'extremums, à la résolution d'équations et inéquations. On s'appuiera sur les trois propositions suivantes, qu'à ce niveau il est hors de propos de démontrer :

— Si f est dérivable sur l'intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I, alors f est constante sur I.

— Si f est dérivable sur I et si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I.

— Si f est dérivable sur $[a, b]$ $(a < b)$ et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a, b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

Primitives d'une fonction continue : on admettra qu'une fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I, et on démontrera que chacune d'elles est déterminée par sa valeur en un point de I.

Cette notion de primitive permettra d'introduire la fonction logarithme népérien dès le début de la classe terminale.

f) Etude des fonctions sinus et cosinus : périodicité, parité, dérivées et primitives, représentations graphiques.

Thèmes (à titre indicatif) :

— Problèmes simples d'optimisation se ramenant à la recherche d'extremums de fonctions d'une variable.

— Recherche de limites de suites ou de fonctions à l'aide de développements limités d'ordre un.

— Obtention de majorations et d'encadrements à l'aide du calcul différentiel. A titre d'exemple, la chaîne d'inégalités valables pour tout $x \geqslant 0$;

$$\cos x \leqslant 1 \text{ ; } \sin x \leqslant x \text{ ; } 1 - \frac{x^2}{2} \leqslant \cos x \leqslant 1 \text{ ; etc.}$$

— Calcul de valeurs approchées de fonctions.

— Exemples d'étude de mouvements rectilignes.

— Exemples d'étude de positions relatives de deux arcs de courbe.

III - **Fonctions polynômes**

a) Calcul sur les fonctions polynômes à une variable.

Factorisation par $x - a$.

b) Trinôme du second degré ; technique de la forme canonique ; application à la recherche du sens de variation, à la représentation graphique et à la résolution de l'équation du second degré ; somme et produit des racines.

Thèmes (à titre indicatif) :

— Exemples de décomposition d'un polynôme en produit de polynômes de degré 1 ou 2.

— Exemples de séparation et de calcul approché des zéros d'une fonction polynôme.

— Détermination d'une fonction polynôme par des valeurs données (problème de l'interpolation).

— Constitution et utilisation de tables de différences finies.

IV - **Statistiques**

Etude de séries statistiques à une variable.

Fréquences, histogramme.

Eléments caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; caractéristiques de dispersion (écart moyen, écart type).

Thème (à titre indicatif) :

Le regroupement en classes ; ses effets sur les caractères quantitatifs.

V - Géométrie plane

• *Le professeur procédera à un rappel rapide (sans démonstration) des propriétés des opérations sur les vecteurs du plan. En vue de faciliter la communication, il donnera la définition d'un espace vectoriel et d'une application linéaire, un premier exemple d'application linéaire étant la projection vectorielle.*

Aucune théorie générale des espaces vectoriels et des applications linéaires n'est au programme ; il n'y aura pas lieu de donner d'autres exemples d'espace vectoriel que les ensembles de vecteurs de la droite, du plan (§ V), de l'espace (§ VI).

L'intuition géométrique sera développée par l'emploi fréquent de figures, concernant aussi bien les ensembles de vecteurs que les ensembles de points.

a) Colinéarité de deux vecteurs ; vecteurs directeurs d'une droite. Bases ; repères.

b) Exemples de transformations du plan, définies par des procédés variés.

Exemples de composition de transformations, de décomposition d'une transformation ; exemples de groupes de transformations.

c) Groupe des isométries du plan conservant un point donné ; décomposition d'une telle isométrie en un produit de symétries axiales ; partition du groupe en deux classes ; rotations.

Application linéaire associée à une isométrie admettant un point fixe.

d) Orientation du plan.

e) Applications du produit scalaire :

— Fonctions $M \mapsto \alpha\, AM^2 + \beta\, BM^2$; théorème de la médiane.

— Formule $\cos(\beta - \alpha) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$; formules d'addition ; formules de multiplication par 2.

— Relation $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

f) Autres relations métriques dans le triangle :

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A \; ; \; \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2\,R.$$

Thèmes (à titre indicatif) :

— Problèmes d'alignement et de concours ; rôle du calcul barycentrique dans ces problèmes.

— Problèmes de constructions : rôle des diverses méthodes (analyse des propriétés d'une configuration, recours à une transformation, emploi de l'outil algébrique...).

— Problèmes de lieux géométriques.

— Problèmes de trajets de longueur minimale et de trajets de durée minimale : billard, réflexion, réfraction...

VI - Géométrie dans l'espace

a) Vecteurs de l'espace : extension de la définition et des opérations étudiées dans le plan.

Droite définie par un point et un vecteur ; plan défini par un point et deux vecteurs.

Bases ; repères.

b) Extension du produit scalaire à l'espace.

Orthogonalité de deux vecteurs ; traduction vectorielle de l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan.

Plans perpendiculaires : définition, caractérisation.

Projection orthogonale d'un angle droit.

c) Bases orthonormales ; repères orthonormaux ; expressions du produit scalaire de deux vecteurs, de la distance de deux points.

Fonction $M \to \vec{K} . \overrightarrow{OM}$; équations cartésiennes d'un plan ; distance d'un point à un plan.

d) Orientation de l'espace ; bases orthonormales directes ; repères orthonormaux directs.

Produit vectoriel [notations : $\vec{u} \wedge \vec{v}$, $\vec{u} \times \vec{v}$].

Produit mixte.

Coordonnées du produit vectoriel et expression du produit mixte dans une base orthonormale directe.

e) Sphère ; section plane ; plan tangent.

Thème obligatoire dans la section E, facultatif dans les autres :

Représentation, à l'aide des projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires, de polyèdres tels que tétraèdres réguliers, cubes, prismes, pyramides.

(Il n'est pas question de faire un cours de géométrie descriptive ; en particulier, l'usage de la ligne de terre et des traces d'un plan est sans intérêt ; mais il est bon d'habituer les élèves à traiter par les techniques de l'épure des problèmes simples de constructions, en particulier ceux qui concernent l'intersection de deux plans, l'orthogonalité d'une droite et d'un plan.)

Exemples de détermination de sections planes de polyèdres.

Autres thèmes (à titre indicatif) :

— Utilisation de transformations simples de l'espace, telles que translations et homothéties, pour la résolution de problèmes de constructions.

— Exemples de distance de deux parties de l'espace ; problèmes simples d'équidistance.

— Repérage d'un point sur une sphère.

***

TERMINALE C ET TERMINALE E

PROGRAMME

Le programme est commun aux classes terminales C et E, sauf en ce qui concerne le titre VIII (géométrie).

• L'horaire hebdomadaire est de 9 heures (8 + 1).

• Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables ; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'interprétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'entière initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.

• On continuera à utiliser largement les calculatrices.

• L'élève a acquis en première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de terminale dispose de l'ensemble des connaissances de première, démontrées ou admises.

• Dans le texte du programme, la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat, mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

• Les élèves ont été, en première, initiés à des structures. L'étude de celles-ci n'a pas à être développée pour elle-même ; il s'agit cependant de pouvoir disposer, dans l'étude par exemple des nombres complexes ou de la fonction exponentielle, du langage approprié. Le professeur donnera donc au moment convenable la définition d'un corps commutatif, sans en apporter d'autre exemple que $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{C}$, ainsi que les définitions d'un groupe, d'un sous-groupe, d'un morphisme de groupes.

I - Combinatoire - Statistiques

a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre ; nombre des injections ; arrangements.

Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; combinaisons.

Notations : C_n^P, $\binom{n}{P}$. Formules $C_n^P = C_n^{n-P}$, $C_{n+1}^{P+1} = C_n^P + C_n^{P+1}$.

Exemples variés de dénombrements ; on fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) de probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves.

b) Formule du binôme.

c) Etude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus ; nuage de points associé dans $\mathbb{R}^2$.

Ajustement, à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression, coefficient de corrélation linéaire.

Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point ; minimum de cette inertie.

II - Suites numériques

a) Propriété fondamentale (qu'il est hors de question de démontrer) : toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorée) est convergente.

Compléments sur les suites convergentes : la composée d'une suite de limite l par une fonction f continue au point l admet $f(l)$ pour limite.

b) Suite divergeant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) ; stabilité du comportement d'une telle suite par addition d'une suite bornée, et par multiplication par une suite admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

Etude des suites $n \mapsto a^n$ et $n \mapsto n^\alpha$. Croissance comparée.

Donner méth. étude

c) Suites récurrentes :

— exemples d'études de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$;

— exemples de recherche de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$, dans laquelle a, b sont des réels donnés, ou une relation $u_{n+1} - u_n = P(n)$, dans laquelle P est un polynôme. On prendra certains de ces exemples dans des situations évolutives en économie ou en biologie.

III - Fonctions numériques

Dans les énoncés et les démonstrations, on continuera de se placer dans des hypothèses de bonne sécurité sans en rechercher de plus fines. Comme dans les classes précédentes, les exemples d'études de fonctions seront nombreux et variés, et on entretiendra l'habitude de la représentation graphique, car celle-ci joue un rôle important dans la description du comportement ; une indication d'allure peut suffire pour exprimer un aspect qualitatif, un tracé soigné est nécessaire lorsqu'on passe aux aspects quantitatifs.

a) Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$; elle sera présentée le plus tôt possible, en exploitant l'acquis de première. La fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$ sera introduite en vue du calcul numérique.

b) Compléments sur la continuité et les limites. Composée d'une fonction de limite l par une fonction continue au point l.

Si une fonction est croissante sur un intervalle $]a, b[$, $(a < b)$ et si elle est majorée, alors elle admet une limite au point b (énoncé admis).

Fonction tendant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) ; stabilité du comportement d'une telle fonction par addition d'une fonction bornée, et par multiplication par une fonction admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

c) Propriétés des fonctions continues sur un intervalle (fermé ou non, borné ou non) : on donnera les trois propriétés fondamentales suivantes, qu'il est hors de question de démontrer :

— l'image continue d'un intervalle est un intervalle ;

— l'image continue d'un segment est un segment ;

— une application continue et strictement monotone d'un intervalle sur un autre admet une application réciproque, qui est continue et strictement monotone.

d) Compléments sur le calcul des dérivées : dérivée d'une application composée, d'une application réciproque ; cas de $x \mapsto \sqrt{x}$.

Dérivées successives. On donnera les notations $\dfrac{df}{dx}$, $\dfrac{d^2f}{dx^2}$, ... des dérivées, mais la notion de différentielle est en dehors du programme.

all. En vue des utilisations en sciences physiques, définition et notation des applications dérivées partielles d'une application numérique de deux ou trois variables réelles.

En se référant aux propriétés, vues en première, liant le signe de la dérivée et le sens de variation, on développera sur de nombreux exemples l'étude d'une fonction, sens de variation, signe, extremums, et ses applications à la résolution d'équations et d'inéquations.

Exemples de comportement asymptotique d'une fonction, aspect graphique (courbes « asymptotes », $y = f(x)$ et $y = g(x)$, la différence $f(x) - g(x)$ tendant vers 0 quand x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$).

e) Fonction exponentielle $x \mapsto \exp x$ (il est souhaitable d'aborder cette fonction dès la présentation des applications réciproques).

Notations e^x, u^v.

Fonctions $x \mapsto a^x$ et $x \mapsto x^\alpha$.

Croissance comparée des fonctions $x \mapsto \ln x$, $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \exp x$.

On s'attachera à obtenir, pour $\alpha > 0$, les résultats suivants :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \quad \lim_{x \to 0} x^\alpha . \ln x = 0, \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0,$$

$$\lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha . \exp x = 0.$$

Poser $\exp x = X^\alpha$ par exemple

Exemples de dérivées de fonctions composées des types $\ln f$, $\exp f$, f^α (les élèves devront savoir reconnaître sur des exemples simples, dans la recherche des primitives, les dérivées de telles fonctions).

f) Exemples de développements limités au voisinage de 0 : on se bornera à donner la définition d'un développement limité ; on établira, jusqu'à leur troisième terme non nul, les développements limités de $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \exp x$, $x \mapsto \ln (1+x)$, $x \mapsto \sqrt{1+x}$.

Utilisation de développements limités dans la recherche de limites (au baccalauréat, on indiquera la marche à suivre dans le cas de fonctions ne se ramenant pas directement à celles qui sont citées ci-dessus).

Sont hors du programme : les notations de Landau, la notion d'équivalent (pour les suites comme pour les fonctions) ainsi que toute étude systématique des opérations sur les développements limités.

all.

g) Accroissements finis.

— Enoncé sans démonstration du théorème de Rolle ; interprétation géométrique.

— Pour une fonction f continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$:

oui

• Si la fonction dérivée f' a ses valeurs comprises entre des réels m et M, alors on a $m \leqslant \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \leqslant M$;

• Si la fonction dérivée f' admet au point a une limite l, alors on a également $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$. Extension à une limite infinie.

IV - Calcul intégral

a) Intégrale d'une fonction continue.

Il est recommandé d'adopter la définition suivante :

Soit f une application continue d'un intervalle I de R dans R.

On a admis, en première, que f possède des primitives sur I, et que deux quelconques d'entre elles diffèrent par une constante.

Il en résulte que, pour tout $(a, b) \in I^2$, le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant du choix de la primitive F ; on le note $\int_a^b f(t)\, dt$ et on l'appelle intégrale, de a à b, de la fonction continue f.

En d'autres termes, $x \mapsto \int_a^x f(t)\, dt$ est donc l'unique primitive de f sur I qui prend la valeur 0 au point a.

On traitera les questions suivantes :

— relation de Chasles (additivité par rapport aux intervalles) ;

— linéarité par rapport aux fonctions ;

— positivité : si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)\, dt \geqslant 0$;

— inégalité de la moyenne, valeur moyenne ;

— changements de variable affines ;

— intégration par parties.

Exemples d'étude d'une fonction de la forme $x \mapsto \int_a^x f(t)\, dt$, où f n'a pas de primitive explicitée.

b) Obtention d'une valeur approchée d'une intégrale : on exposera seulement la méthode des rectangles, avec majoration du reste ; on en déduira une interprétation de la valeur moyenne d'une fonction comme limite d'une suite.

c) Application du calcul intégral à l'évaluation, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de l'aire de la partie définie par : $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b \\ 0 \leqslant y \leqslant f(x) \end{cases}$, où f est une fonction continue et positive sur $[a, b]$.

d) Sans théorie générale : autres applications géométriques, mécaniques, physiques, du calcul intégral ; exemples de calcul d'un volume, d'une masse, d'un moment d'inertie.

(Ce paragraphe d. ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.)

e) Résolution des équations différentielles linéaires homogènes à coefficients constants du premier et du second ordre.

On prouvera dans chaque cas l'existence et l'unicité de la solution vérifiant des « conditions initiales » données.

L'alinéa ci-dessous ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.

Sur des exemples numériques, résolution d'une équation différentielle à coefficients constants de la forme $y'' + h\, y' + k\, y = a \cos(\omega x - \varphi)$.

V - Fonctions vectorielles et cinématique

a) Fonction vectorielle d'une variable réelle ; l'espace d'arrivée est $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, ou encore $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Les définitions et les démonstrations seront données à l'aide des coordonnées.

Dérivée d'une fonction vectorielle. Dérivée d'une somme, d'un produit $\varphi \vec{V}$ (où $\vec{V}$ et φ sont respectivement à valeurs vectorielles et réelles), d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel. Dérivée de la norme d'une fonction vectorielle.

b) Exemples simples de construction d'une courbe plane définie par une représentation paramétrique. (Toute étude de points singuliers ou de branches infinies est hors du programme).

c) Cinématique du point. Trajectoire. Vecteur vitesse, vecteur accélération. Mouvement accéléré, mouvement retardé.

Mouvements rectilignes, circulaires ; mouvement circulaire uniforme, oscillateur harmonique (à support rectiligne).

(Au baccalauréat on se limitera à des mouvements dans le plan).

VI - Nombres complexes

a) Le corps des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée dans cette introduction).

Bijection $(a, b) \mapsto a + bi$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$.

Représentation géométrique d'un nombre complexe ; affixe d'un point, d'un vecteur.

Nombres complexes conjugués.

Module ; inégalité triangulaire ; module d'un produit.

Nombres complexes de module 1 ; argument d'un nombre complexe non nul notation $r\ e^{i\varphi}$; relation $e^{i\varphi}\ e^{i\varphi'} = e^{i\ (\varphi + \varphi')}$.
Dérivée de $t \to e^{it}$.

b) (Compléments de trigonométrie). Formule de Moivre.

Exemples de linéarisation de polynômes trigonométriques.

Conversion de produits en sommes et de sommes en produits.

Réduction de $a \cos x + b \sin x$ (par $a = r \cos \varphi$, $b = r \sin \varphi$).

c) Racines n-ièmes d'un nombre complexe ; groupe des racines n-ième de l'unité, interprétation géométrique.

Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré.

VII - Algèbre linéaire

Les définitions d'un espace vectoriel et d'une application linéaire ont été vues en première, on les complétera par celle d'un sous-espace vectoriel. Il s'agit de mettre ces notions en œuvre sur des exemples variés d'espaces de dimension finie, en s'appuyant sur l'étude du modèle fondamental $\mathbb{R}^n$; dans les exercices et problèmes l'entier n sera numériquement fixé (de façon raisonnable).

a) Opérations dans $\mathbb{R}^n$, base canonique.

Etude des combinaisons linéaires d'une famille de p éléments de $\mathbb{R}^n$; cette étude conduit à dégager :

— la notion de sous-espace vectoriel engendré ;

— la représentation, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$, d'une famille finie par une matrice ;

— la détermination d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ par les images des éléments de la base canonique de $\mathbb{R}^p$, et par conséquent par la matrice de ces images dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

On remarquera que la composée de deux applications linéaires est une application linéaire.

Les matrices n'ayant ici qu'un rôle représentatif, il est exclu de développer le calcul matriciel ; somme et produit de matrices sont hors du programme.

b) Interprétations d'un système linéaire de n équations à p inconnues :

— recherche des décompositions d'un vecteur ;

— recherche des antécédents de ce vecteur dans une application linéaire. Dans $\mathbb{R}^n$: familles finies génératrices, familles finies liées, libres ; bases

c) Opérations élémentaires $L_i \to L_i + \lambda L_j$ $(i \neq j)$ sur les lignes d'une matrice.

Méthode du pivot de Gauss (recherche d'une forme triangulaire de la matrice) ; sa mise en œuvre pour déterminer si une famille finie de vecteurs est une base, est libre, est génératrice.

Cette étude permet d'obtenir les résultats fondamentaux suivants :

— tout base de $\mathbb{R}^n$ a exactement n éléments ;

— toute famille libre de $\mathbb{R}^n$ a au plus n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments ;

— toute famille génératrice de $\mathbb{R}^n$ a au moins n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments ;

— théorème de la base incomplète.

oui || d) Exemples numériques de résolution d'un système d'équations linéaires par opérations élémentaires sur les lignes.

e) Espaces vectoriels de dimension finie :

Bases. Isomorphisme avec $\mathbb{R}^n$ d'un espace vectoriel muni d'une base comprenant n vecteurs. Dimension.

Un endomorphisme injectif (resp. surjectif) d'un espace vectoriel de dimension finie est bijectif.

oui || Sous-espaces vectoriels supplémentaires ; projections, symétries.

VIII - Géométrie (Terminale C)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en seconde et en première. On dispose des espaces vectoriels associés ; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) (Plan et espace)

Calcul barycentrique. Etant donnée n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ et $M \to \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \| \overrightarrow{MA_i} \|^2$

Applications affines :

— une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \mapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire ;

— dans l'espace pointé en O, une application $M \to M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \to \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe par une application affine ; conservation du parallélisme.

On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties, les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités ; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) (Géométrie plane) Mesures, dans le plan orienté, de l'angle orienté d'un couple de droites. Condition pour que quatre points soient cocycliques.

c) (Géométrie plane)

Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.

Composition d'un déplacement et d'une symétrie orthogonale ; anti-déplacements. Sur des exemples, recherche du groupe des isométries conservant une configuration donnée.

Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.

Exemples de transformation définie par une application complexe $z \mapsto f(z)$: cas des similitudes directes ; exemple de transformation non affine.

d) (Géométrie dans l'espace)

Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.

Groupe des rotations d'axe donné ; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires ; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

e) (Géométrie plane)

Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice) ; équations cartésiennes réduites ; équivalence de ces diverses définitions.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Exemples de représentations paramétriques d'une conique.

Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

IX - Géométrie (Terminale E)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en seconde et en première. On dispose des espaces vectoriels associés ; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) (Plan et espace)

Calcul barycentrique. Etant donné n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA}_i$ et $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, \| \overrightarrow{MA}_i \|^2$.

Applications affines :

— une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \rightarrow \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire ;

— dans l'espace pointé en O une application $M \mapsto M'$ est affine si l'application $\vec{OM} \to \vec{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe par une application affine ; conservation du parallélisme.

On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités ; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) (Géométrie plane)

Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.

Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.

Représentation complexe d'une similitude directe.

c) (Géométrie dans l'espace).

Exemples simples d'isométrie de l'espace laissant fixe un point donné.

Groupe des rotations d'axe donné ; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires ; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

d) (Géométrie descriptive).

Rotation autour d'un axe vertical ou de bout. Rabattement sur un plan horizontal ou frontal.

Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan ; angle de deux droites.

Représentation du cercle.

e) (Géométrie plane).

Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice) ; équations cartésiennes réduites ; équivalence de ces diverses définitions.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Exemples de représentation paramétrique d'une conique.

Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

⁂

CLASSE TERMINALE D

PROGRAMME

- L'horaire hebdomadaire est de 6 heures.
- Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables ; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'inter-

prétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.

• On continuera à utiliser largement les calculatrices.

• L'élève a acquis en première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de terminale dispose de l'ensemble des connaissances de première, démontrées ou admises.

• Dans le texte du programme, la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

I - Suites numériques

a) Propriété fondamentale (qu'il est hors de question de démontrer) : toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorée) est convergente.

b) Suite divergeant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$).

c) Exemples d'études de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ (on admettra que la composée d'une suite de limite l par une fonction f continue au point l admet $f(l)$ pour limite).

Exemples de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ (a, b réels donnés) ; on prendra certains de ces exemples dans des situations évolutives en économie ou en biologie.

II - Fonctions numériques

Dans les énoncés et les démonstrations, on continuera de se placer dans des hypothèses de bonne sécurité sans en rechercher de plus fines. Comme dans les classes précédentes, les exemples d'études de fonctions seront nombreux et variés, et on entretiendra l'habitude de la représentation graphique, car celle-ci joue un rôle important dans la description du comportement ; une indication d'allure peut suffire pour exprimer un aspect qualitatif, un tracé soigné est nécessaire lorsqu'on passe aux aspects quantitatifs.

a) Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$; elle sera présentée le plus tôt possible, en exploitant l'acquis de première. La fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$ sera introduite en vue du calcul numérique.

b) Compléments sur la continuité et les limites. Composée d'une fonction de limite l par une fonction continue au point l.

Si une fonction est croissante sur un intervalle $]a, b[$ $(a < b)$ et si elle est majorée, alors elle admet une limite au point b (énoncé admis).

Fonction tendant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) ; stabilité du comportement d'une telle fonction par addition d'une fonction bornée, et par multiplication par une fonction admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

c) Fonctions continues sur un intervalle fermé ou non, borné ou non. On admettra que l'image continue d'un intervalle est un intervalle, et qu'une application continue et strictement monotone d'un intervalle sur un autre admet une application réciproque, qui est continue et strictement monotone.

d) Compléments sur le calcul des dérivées : dérivée d'une application composée, d'une application réciproque (résultats admis) ; cas de $x \mapsto \sqrt{x}$. Dérivées successives. On donnera les notations $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}\dots$ des dérivées, mais la notion de différentielle est en dehors du programme.

En se référant aux propriétés, vues en première, liant le signe de la dérivée et le sens de variation, on développera sur de nombreux exemples l'étude d'une fonction, sens de variation, signe, extremums, et ses applications à la résolution d'équations et d'inéquations.

Exemples simples de recherches d'asymptotes.

e) Fonction exponentielle $x \mapsto \exp x$ (il est souhaitable d'aborder cette fonction dès la présentation des applications réciproques).

Notations e^x, u^v.

Fonctions $x \mapsto a^x$ et $x \mapsto x^\alpha$.

Croissance comparée des fonctions $x \mapsto \ln x$, $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \exp x$.

On s'attachera à obtenir, pour $\alpha > 0$, les résultats suivants :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \quad \lim_{x \to 0} x^\alpha . \ln x = 0, \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0,$$

$$\lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha . \exp x = 0.$$

Exemples de dérivées de fonctions composées des types $\ln f$, $\exp f$, f^α (les élèves devront savoir reconnaître sur des exemples simples, dans la recherche des primitives, les dérivées de telles fonctions).

III - Calcul intégral

a) Intégrale d'une fonction continue.

Il est recommandé d'adopter la définition suivante.

Soit f une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

On a admis, en première, que f possède des primitives sur I, et que deux quelconques d'entre elles diffèrent par une constante.

Il en résulte que, pour tout $(a, b) \in I^2$, le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant du choix de la primitive F ; on le note $\int_a^b f(t)\,dt$ et on l'appelle intégrale, de a à b, de la fonction continue f.

En d'autres termes, $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est donc l'unique primitive de f sur I qui prend la valeur 0 au point a.

On traitera les questions suivantes :

— relation de Chasles (additivité par rapport aux intervalles) ;

— linéarité par rapport aux fonctions ;

— positivité : si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \geqslant 0$;

— inégalité de la moyenne, valeur moyenne ;

— changements de variable affines ;

— intégration par parties.

b) Obtention d'une valeur approchée d'une intégrale : on exposera seulement la méthode des rectangles, avec majoration du reste.

c) Application du calcul intégral à l'évaluation, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de l'aire de la partie définie par

$\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b \\ o \leqslant y \leqslant f(x) \end{cases}$, où f est une fonction continue et positive sur $[a, b]$.

d) Exemples de résolution d'équations différentielles linéaires homogènes, à coefficients constants, du premier et du second ordre.

On s'attachera à résoudre ces équations avec des « conditions initiales » données ; on admettra alors l'unicité de la solution.

IV - Fonctions vectorielles et cinématique

a) Fonction vectorielle d'une variable réelle ; l'espace d'arrivée est $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, ou encore $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Les définitions et les démonstrations seront données à l'aide des coordonnées.

Dérivée d'une fonction vectorielle. Dérivée d'une somme, d'un produit $\varphi.\vec{V}$ (où $\vec{V}$ et φ sont respectivement à valeurs vectorielles et réelles) d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

b) Cinématique du point. Trajectoire. Vecteur-vitesse, vecteur-accélération.

Mouvement accéléré, mouvement retardé.

(Au baccalauréat, on se limitera à des mouvements dans le plan.)

V - Nombres complexes

Le corps des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée dans cette introduction).

Bijection $(a, b) \mapsto a + bi$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$.

Représentation géométrique d'un nombre complexe ; affixe d'un point, d'un vecteur, translation $z \mapsto z + \lambda$.

Nombres complexes conjugués.

Module ; inégalité triangulaire ; module d'un produit.

Nombres complexes de module 1 ; argument d'un nombre complexe non nul, notation $r\, e^{i\varphi}$; relation $e^{i\varphi}\, e^{i\varphi'} = e^{i(\varphi+\varphi')}$, *rotation* $z \to e^{i\omega}z$.

VI - Algèbre linéaire

Les définitions d'un espace vectoriel et d'une application linéaire ont été vues en première. On s'intéresse exclusivement à l'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ (n entier numériquement fixé de façon raisonnable).

a) Opérations dans $\mathbb{R}^n$, base canonique.

Etude des combinaisons linéaires d'une famille de p éléments de $\mathbb{R}^n$; cette étude conduit à dégager :

— les notions de sous-espace vectoriel (partie stable non vide) et de famille génératrice ;

— la représentation, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$, d'une famille finie par une matrice ;

— la détermination d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ par les images des éléments de la base canonique de $\mathbb{R}^p$ et par conséquent par la matrice de ces images dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

Les matrices n'ayant ici qu'un rôle représentatif, il est exclu de développer le calcul matriciel ; somme et produit de matrices sont hors du programme.

b) Interprétations d'un système linéaire de n équations à p inconnues :

— recherche des décompositions d'un vecteur ;

— recherche des antécédents de ce vecteur dans une application linéaire.

c) Opérations élémentaires $L_i \rightarrow L_i + \lambda L_j \ (i \neq j)$ sur les lignes d'une matrice. Exemples numériques de résolution d'un système linéaire par opérations élémentaires sur les lignes.

VII - Combinatoire - Statistiques - Probabilités

a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre ; nombre des injections ; arrangements.

Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; combinaisons.

Notations : C_n^p, $\binom{n}{p}$ Formules $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$.

Exemples variés de dénombrements.

Formule du binôme.

b) Exemples de situations où le hasard intervient ; association à une telle situation d'un ensemble fini d'épreuves Ω et d'une probabilité sur les parties de Ω (appelées événements).

Probabilité uniforme sur Ω, calcul de probabilités par dénombrement.

Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Evénements indépendants.

Enchaînement des expériences ; produit de deux probabilités sur un produit cartésien ; schéma de Bernoulli.

c) Aléa numérique (variable aléatoire réelle) prenant un nombre fini de valeurs ; probabilité associée à un tel aléa sur les parties de $\mathbb{R}$; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart type ; variable centrée, variable réduite.

Aléas indépendants.

Distribution binomiale.

L'alinéa qui suit n'est pas au programme du baccalauréat :

Sur un exemple numérique, on procédera à l'approximation d'une distribution binomiale par la loi de Gauss après avoir brièvement défini cette loi.

d) (Statistiques). Etude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus ; nuage de points associé dans $\mathbb{R}^2$.

Ajustement, à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.

Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point ; minimum de cette inertie.